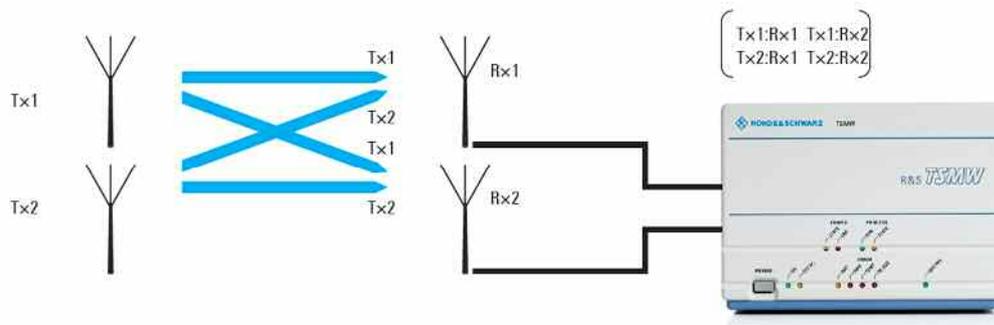
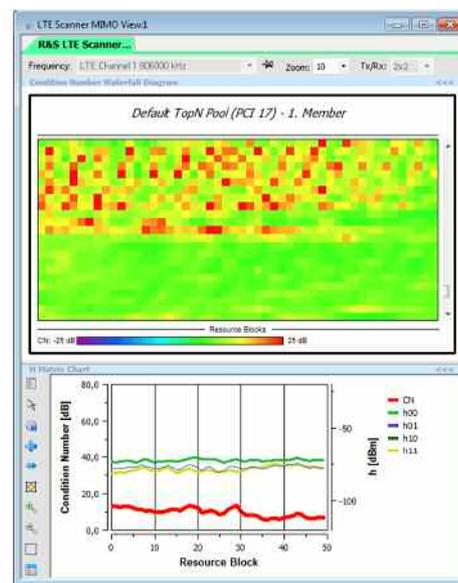


Bewertung eines MIMO Kanals

White Paper



Mehrantennentechniken sind ein wesentlicher Baustein moderner Mobilfunksysteme zur Erreichung der hochgesteckten Kapazitätsziele, d.h. flächendeckende und stabile Nutzdatenraten im zwei- bis dreistelligen Megabitbereich. Allerdings ist die Wirksamkeit dieser Verfahren nicht immer garantiert. Die Kanalzustandsmatrix liefert die notwendige Information ob zum Beispiel ein Raummultiplexbetrieb zur mehrlagigen Datenübertragung überhaupt möglich ist oder nicht. Einfache Indikatoren zur Bewertung des Mobilfunkkanals werden aus der Kanalmatrix abgeleitet. Diese Parameter werden in diesem Papier vorgestellt und anhand simulierter und realer Messergebnisse aus der Versorgungsmesstechnik diskutiert



Inhalt

| | | |
|----------|-------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 | Einleitung..... | 3 |
| 2 | Worum geht es eigentlich bei MIMO? | 4 |
| 2.1 | Verbesserung der Übertragungsqualität durch Diversität..... | 5 |
| 2.2 | Erhöhung der Nutzdatenrate..... | 6 |
| 3 | Bewertung des MIMO Kanals | 7 |
| 3.1 | Beschreibung des MIMO Kanals durch eine Matrix..... | 7 |
| 3.2 | Die Kondition und der Rang einer Matrix | 8 |
| 3.3 | Die Singulärwertzerlegung einer Kanalmatrix..... | 9 |
| 3.4 | Korrelationsmatrix und Eigenwerte | 10 |
| 3.5 | Kanalkondition und Kanalkapazität | 11 |
| 4 | Simulierte Fallbeispiele | 12 |
| 5 | Feldmessungen im realen LTE Netz..... | 14 |
| 6 | Zusammenfassung | 16 |
| 7 | Referenzen..... | 17 |

1 Einleitung

Mehrantennentechniken (*engl. multiple input multiple output, MIMO*) sind ein wesentlicher Baustein moderner Mobilfunksysteme – wie z.B. HSPA+¹ und LTE² – zur Erreichung der hochgesteckten Kapazitätsziele, d.h. flächendeckende und stabile Nutzdatenraten im zwei- bis dreistelligen Megabitbereich. Der Einsatz von Raumvielfach- bzw. Raummultiplexverfahren ermöglicht es die Datenrate ohne zusätzliche Bandbreite oder Erhöhung der Gesamt-Sendeleistung zu vervielfachen. Allerdings ist die Wirksamkeit dieser Verfahren nicht immer garantiert. Der MIMO Kanalzustand liefert dabei die notwendige Information ob ein Raummultiplexbetrieb überhaupt Sinn macht oder nicht. So bringt zum Beispiel unter gewissen Umständen (z.B. identisch polarisierte Funkwellen) ein Raummultiplexverfahren trotz direkter Sichtverbindung zwischen Sender und Empfänger (*engl. line of sight, LOS*) überhaupt keinen Gewinn bezüglich der Kapazität, bei extremer Mehrwegeausbreitung (z.B. *indoor* Empfang) aber umso mehr.

Zur Bewertung des MIMO Kanalzustandes müssen fortlaufend komplexwertige Matrizen ausgewertet werden. Die Mathematik stellt dabei glücklicherweise relativ einfache Indikatoren zur Verfügung, nämlich den Rang und die Kondition einer Matrix, deren korrekte Interpretation die schnelle Bewertung des MIMO Kanals ermöglicht. Diese Parameter werden in diesem Papier im Zusammenhang mit der MIMO Kanalzustandsmatrix beschrieben und interpretiert. Darüber hinaus wird die Theorie einerseits durch im Labor simulierte Fallbeispiele, andererseits durch reale Messergebnisse in einem laufenden LTE Mobilfunknetzbetrieb verifiziert.

¹ High-Speed Packet Access

² Long Term Evolution

2 Worum geht es eigentlich bei MIMO?

Rein technisch betrachtet geht es bei der Spezifikation mobiler Datenübertragungssysteme in erster Linie um die optimale Ausnutzung dieser beiden Übertragungseigenschaften des Mobilfunkkanals:

1. **Kanalkapazität**,
d.h. die maximal übertragbare Datenrate gemessen in Bit pro Sekunde (Bit/s)
2. **Übertragungsqualität** (*engl. Performance*)
d.h. die Minimierung der Übertragungsfehlerwahrscheinlichkeit (z.B. dargestellt als Bit- oder Blockfehlerrate)

Die (theoretisch) maximale Kanalkapazität C eines durch additives Rauschen gestörten Kanals wird nach dem Shannon-Hartley Gesetz (siehe [1][4][5][6][10]) einerseits bestimmt durch die Bandbreite B , andererseits durch den effektiven Signalrauschabstand (*engl. Signal to Noise Ratio, SNR*), also dem Quotienten aus der Signalleistung S und der Rauschleistung N . Für die Übertragungskapazität binärer Daten in Bit/s gilt demnach:

$$C = B \cdot \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right)$$

Die verfügbare Kanalbandbreite B liefert einen direkt proportionalen Beitrag zur Kanalkapazität und ist damit der entscheidende Faktor zur Erreichung gesetzter Ziele bezüglich der maximalen Datenrate (*engl. peak data rates*). Deshalb brauchen moderne Mobilfunksysteme wie LTE in erster Linie mehr Bandbreite (10 bzw. 20 MHz, in Zukunft bei LTE-A³ sogar bis zu 100 MHz) um die versprochenen Datenraten (mit LTE-A peilt man 1 Gigabit/s Nutzdatenrate an [9]) leisten zu können. Zum Vergleich: ein GSM Mobilfunkkanal belegt gerade mal 200 kHz.

Der Signalrauschabstand ist insbesondere im Mobilfunk eine Funktion des räumlichen Abstands des Empfängers (z.B. einem smart phone) zur Basisstation und damit eine höchst volatile weil ortsabhängige Größe. Der Signalrauschabstand ist entscheidend für die Übertragungsqualität und damit den tatsächlichen Nutzdurchsatz (*engl. throughput*) in einer Funkzelle.

Mit geschickter Mehrantennentechnik kann man nun genau diese beiden Kanaleigenschaften ohne Erhöhung der Bandbreite B bzw. Sendeleistung S positiv beeinflussen: einerseits kann man die Performance verbessern durch Sende- und/oder Empfangsantennenvielfach, andererseits kann man die Kanalkapazität erhöhen durch Raummultiplexverfahren. Das heißt nur durch Raummultiplexverfahren wird die Übertragung mehrlageriger Datensignale (*engl. multiple layer*) möglich, und damit eine signifikante Steigerung der Kanalkapazität. Die allgemeine Berechnung der MIMO-Kanalkapazität wird dann im Vergleich zu o.g. Shannon-Hartley Gesetz für den Ein-Antennenbetrieb (*engl. single input single output, SISO*) sehr kompliziert. Als einfache Daumenregel kann man aber die größtmögliche MIMO-Kanalkapazität bei einer M-lagerigen Datenübertragung einfach als das M-fache der SISO Kanalkapazität nach Shannon abschätzen. Genauere Abschätzungen finden sich zum Beispiel in [10].

³ LTE Advanced

2.1 Verbesserung der Übertragungsqualität durch Diversität

Eine Verbesserung der Übertragungsqualität kann man durch die Installation bzw. Implementierung zusätzlicher Sende- und/oder Empfangsantennen erreichen. Beim sog. Empfangsvielfach bzw. der Empfangsdiversität (*engl. receive diversity*) „sammeln“ mehrere Empfangsantennen zusätzliche Signalenergie S auf und man kann durch geschickte Signalverarbeitung den effektiven Signalrauschabstand verbessern (z.B. durch das sog. *maximum ratio combining (MRC)*, ein Verfahren zur Maximierung des Signalrauschabstandes).

Den gleichen Effekt kann man auch durch zusätzliche Sendeantennen (*engl. transmit diversity*) erzielen, wobei alle Sendeantennen den gleichen Nutzdatenstrom übertragen. Durch eine dedizierte Vorkodierung (*engl. precoding*) nimmt man dabei schon auf Seiten des Senders Rücksicht auf die Funkkanaleigenschaften, d.h. man kompensiert diese quasi noch bevor das Signal abgestrahlt wird. Dazu muss der Sender (z.B. eine Basisstation) aber den Kanalzustand kennen, wozu insbesondere in FDD⁴ Systemen (d.h. unterschiedliche Sende- und Empfangsfrequenzbänder) ein hinreichendes Feedback vom Empfänger (z.B. eine Mobilstation) notwendig ist. Man spricht dabei von **closed loop** Sendediversitätsverfahren, da es sich praktisch um eine geschlossene Regelschleife handelt. Um den *feedback* Aufwand zu minimieren gibt es bei Mobilfunksystemen wie LTE zum Beispiel eine Auswahl an vordefinierten *Precodern*. Der Empfänger „wünscht“ sich dabei vom Sender aufgrund der aktuellen Empfangssituation eine der bekannten *Precoder* in Form des sog. PMI (*engl. precoding matrix indicator*).

Hat man genügend viele Sendeantennen zu Verfügung, so kann man per *beamforming* das Sendesignal ganz gezielt auf den Empfänger ausrichten, und damit den verfügbaren Signalrauschabstand besonders wirksam verbessern. *Beamforming* macht aber nur dann Sinn wenn der Sender sehr genau weiß wo sich der Empfänger befindet, ansonsten verfehlt das Verfahren im wahrsten Sinne des Wortes sein Ziel. Zur effektiven Nachführung des *Beams* zu einem typischerweise beweglichen Mobilfunkempfänger ist ein sehr zeitnaher und detaillierte Kanalzustandsbericht des mobilen Endgerätes an die Basisstation notwendig, was einen nicht unerheblichen Signalisierungsverkehr im Rückkanal (*engl. reverse link*) verursacht. Besonders effektiv ist dieses Verfahren deshalb bei eher stationärem Betrieb, d.h. bei einem sich praktisch nicht bewegendem Empfänger. So ist dieses Verfahren zum Beispiel als „*calibration procedure*“ bei WLAN Breitbandfunk nach IEEE 802.11n spezifiziert.

Sog. **open loop** Sendediversitätsverfahren kommen ohne Rückmeldung des Empfängers aus, sind aber natürlich bei weitem nicht so effektiv. So kann man z.B. nur im absolut günstigsten Fall mit einer zweiten Sendeantenne einen Performancegewinn von bis zu 3 dB erzielen, also eine Verdoppelung des effektiven Signalrauschabstandes. Die populärsten dieser Verfahren basieren auf einer Raum-Zeit-Blockkodierung (*engl. Space-Time-Block-Coding, STBC*) bzw. Raum-Frequenz-Blockkodierung (*engl. Space-Frequency-Block-Coding, SFBC*).

⁴ Frequenzduplexverfahren (*engl. frequency division duplex, FDD*)

Mit den genannten Antennenvielfach-Verfahren zur Verbesserung der Übertragungsqualität verbessert man also insbesondere die Empfangsqualität an den Funkzellengrenzen, bzw. erhöht damit die effektive Ausdehnung der Funkzelle. Die Kanalkapazität im Sinne der maximal übertragbaren Datenrate (*engl. peak data rate*) wird also durch diese Verfahren nicht erhöht, wohl aber der effektive Nutzdaten-durchsatz (*engl. throughput*) pro Funkzelle durch die verbesserte Performance.

Mehr zur den angesprochenen Konzepten und Algorithmen mit dem Fokus auf kommerzielle Mobilfunksysteme ist insbesondere in [2] nachlesbar.

2.2 Erhöhung der maximalen Nutzdatenrate

Zur Erhöhung der maximalen Datenrate nutzt man in Verbindung mit Mehrantennentechnik sog. Raumvielfach- bzw. Raummultiplexverfahren (*engl. spatial multiplexing*). Dabei nutzt man zusätzliche Sende- und Empfangsantennen zur Übertragung paralleler Datenströme. Das heißt die Kanalkapazität wird ohne Erhöhung der Bandbreite oder des Signalrauschabstandes erhöht. Bei einer $M_S \times M_R$ MIMO Konstellation – wobei M_S die Anzahl der Sendeantennen und M_R die Anzahl der Empfangsantennen darstellt – ist die maximale Anzahl der räumlich trennbaren Datenströme gegeben durch $M = \min\{M_S, M_R\}$. Das heißt ein 4×2 MIMO System kann genauso wie ein 2×2 MIMO System maximal 2 Datenlagen (also unabhängige Datenströme) räumlich multiplexen. Ein 4×2 MIMO System kann sogar beides leisten: Verdoppelung der Datenrate durch Raummultiplex bei gleichzeitiger Erhöhung der Performance durch Sendediversität gemäß den Ausführungen im vorigen Kapitel.

Erst diese Raummultiplexverfahren ermöglichen also eine mehrlagige Datenübertragung (*engl. multiple data layer*). Das heißt diese Verfahren sind wirklich „MIMO-fähig“, also können mehrere Datenströme über das gleiche Frequenzband gleichzeitig transportieren, im Gegensatz zu den im vorigen Kapitel vorgestellten „nur“ performance-steigernde Antennenvielfachverfahren.

Ob eine räumliche Trennung von unabhängigen Datenströmen aber wirklich funktioniert, hängt auch von der Antennengeometrie und damit der Korrelation (Maß für die gegenseitige Beeinflussung) der räumlich getrennten Signale ab. So kann man die Korrelation zum Beispiel durch orthogonale Polarisierung (Kreuzpolarisation) der Antennen eliminieren, oder durch ausreichend großen Abstand, was aber insbesondere in kleinen, kompakten Endgeräten nicht ohne weiteres möglich ist.

Schließlich spielt aber der Funkkanalzustand die entscheidende Rolle was die MIMO-Tauglichkeit betrifft, was im folgenden Kapitel eingehend am einfachsten Beispiel eines 2×2 MIMO Kanals diskutiert wird.

3 Bewertung des MIMO Kanals

Zur Bewertung des Mobilfunkkanals hinsichtlich seiner MIMO Eigenschaften ist eine geeignete mathematische Modellierung notwendig. Das vereinfachte Modell besteht dabei im Wesentlichen aus einem linearen Gleichungssystem. Die Sendeantennen bzw. Empfangsantennen werden dabei durch einen Sende- bzw. Empfangssignalvektor repräsentiert. Die Übertragungseigenschaften oder der „Zustand“ des Kanals werden in einer Matrix zusammengefasst. Und genau diese sog. Kanalzustandsmatrix ist bei der Bewertung des MIMO Kanals von Interesse und wird nun näher beleuchtet.

3.1 Beschreibung des MIMO Kanals durch eine Matrix

OFDM teilt die genutzte Signalbandbreite B in schmalbandige Subkanäle deren Bandbreite Δf (z.B. 15 kHz bei LTE) die Kohärenzbandbreite B_c des aktuellen Mobilfunkkanals nicht überschreitet. Unter dieser Voraussetzung wird das übertragene Signal in jedem Subkanal „nur“ durch eine nicht frequenzselektive Dämpfung und Phasenverschiebung „verzerrt“ (*engl. flat fading*), was mathematisch der Multiplikation mit einer komplexen Zahl entspricht. Ermittelt man diesen komplexen Übertragungsfaktor für jeden OFDM Subkanal im Empfänger – zum Beispiel anhand bekannter Referenz- oder Pilotsignale – so kann man durch Multiplikation jedes Subkanals mit der Inversen seines Übertragungsfaktors vollständig entzerren (*engl. one-tap equalization*). Allerdings wird das Signal auch noch durch die unvermeidliche, additive Überlagerung von thermischem Rauschen und Funkinterferenzen gestört, was eine exakte Bestimmung der Übertragungsfaktoren erschwert und dies nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit bzw. Genauigkeit zulässt. Man spricht nicht zuletzt deshalb bei der Bestimmung dieser Übertragungsfaktoren von der **Kanalschätzung**.

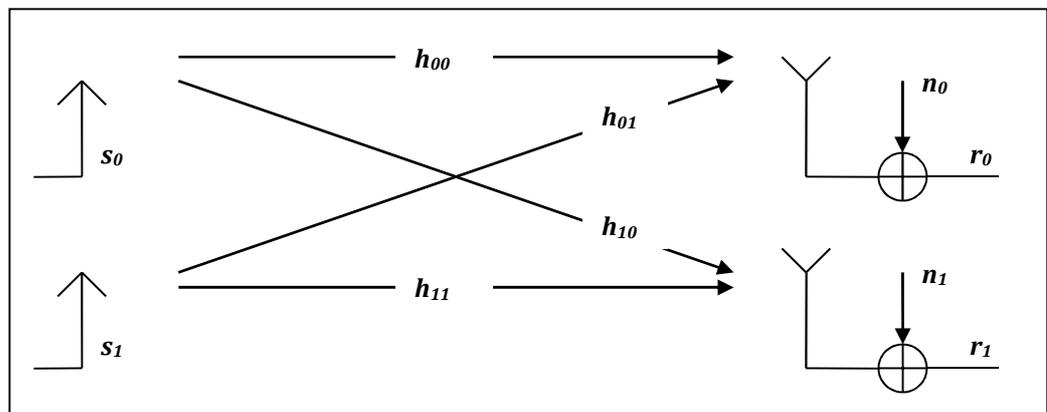


Abbildung 1: 2 x 2 MIMO Übertragungsmodell

Bei den Raummultiplexverfahren zur Steigerung der Übertragungskapazität werden mehrere Datenlagen gleichzeitig im gleichen Frequenzbereich über mehrere Sendeantennen zu mehreren Empfangsantennen übertragen. Im einfachsten Fall werden so zum Beispiel zwei Datenströme von zwei Sendeantennen zu zwei Empfangsantennen übertragen (siehe *Abbildung 1*). Im Gegensatz zur Einantennenübertragung (SISO) entstehen dabei 4 individuelle Übertragungswege mit je einem komplexen Übertragungsfaktor (pro OFDM Subkanal). Dieser so entstandene 2 x 2 MIMO Übertragungskanal kann im mathematischen Modell als 2 x 2 Matrix mit 4 komplexen Matrizelementen dargestellt werden. Jeder der beiden Empfänger übernimmt dabei

die Schätzung von je zwei Kanalmatrixelementen anhand bekannter Pilot- oder Referenzsignale.

Diese 2 x 2 MIMO Übertragung gemäß *Abbildung 1* kann also mit zwei linearen Gleichungen beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_0 &= \mathbf{h}_{00} \cdot \mathbf{s}_0 + \mathbf{h}_{01} \cdot \mathbf{s}_1 + \mathbf{n}_0 \\ \mathbf{r}_1 &= \mathbf{h}_{10} \cdot \mathbf{s}_0 + \mathbf{h}_{11} \cdot \mathbf{s}_1 + \mathbf{n}_1 \end{aligned}$$

Dabei bezeichnet s_j das Sendesignal der j -ten Sendeantenne und r_i das Empfangssignal an der i -ten Empfangsantenne. Mit den Faktoren h_{ij} wird der komplexe Übertragungsfaktor von der j -ten Sendeantenne zur i -ten Empfangsantenne bezeichnet. Mit n_i wird das additive Rauschen im i -ten Empfänger berücksichtigt. In Matrizenform wird daraus folgender Zusammenhang:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{r}_0 \\ \mathbf{r}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{00} & \mathbf{h}_{01} \\ \mathbf{h}_{10} & \mathbf{h}_{11} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{s}_0 \\ \mathbf{s}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{n}_0 \\ \mathbf{n}_1 \end{pmatrix}$$

bzw. in Kurzform:

$$\mathbf{r} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{n}$$

Das heißt die Aufgabe des Empfängers besteht in der Lösung dieses Gleichungssystems. Bekannt ist der Empfangsvektor \mathbf{r} , gesucht der Sendevektor \mathbf{s} . Zur Lösung der Gleichung ist die Schätzung der Kanalmatrix \mathbf{H} notwendig. Zur Veranschaulichung kann man die Übertragungsfaktoren h_{ij} mit $i \neq j$ als Übersprechen interpretieren.

Anhand der Kanalmatrix kann nun zunächst die Lösbarkeit dieses Gleichungssystems bewertet werden. Ist das Gleichungssystem hinreichend „gut“ lösbar, so ist über diesen Kanal auch eine mehrlagige Signalübertragung möglich. Ist das Gleichungssystem gar nicht bzw. nur unzureichend lösbar, so macht der Einsatz von Raummultiplexverfahren über diesen Kanal keinen Sinn. Diese Fragestellung führt zur Kondition und dem Rang einer Matrix.

3.2 Die Kondition und der Rang einer Matrix

Der Begriff **Kondition** aus der numerischen Mathematik charakterisiert die Empfindlichkeit der Lösung eines Problems bezüglich ungenauer bzw. gestörter Eingangsdaten. So ist zum Beispiel die **Kondition einer Matrix** ein Indikator bezüglich der „guten“ Lösbarkeit des mit eben dieser Matrix beschriebenen linearen Gleichungssystems. Übersetzt auf das hier diskutierte Problem einer mehrlagigen Signalübertragung über einen MIMO Kanal bedeutet dies: der Empfänger detektiert das tatsächliche Sendesignal über die geschätzte Kanalmatrix. Das Empfangssignal – also die Eingangsgröße des zu lösenden Gleichungssystems – ist aber zumindest durch additives Rauschen gestört. Die mögliche Empfangsqualität, d.h. die Zuverlässigkeit der Rückgewinnung des mehrlagigen Sendesignals, ist also von der Kondition der Kanalmatrix abhängig. Eine gut konditionierte Kanalmatrix ermöglicht einen zuverlässigen, mehrlagigen Empfang. Eine schlecht konditionierte Matrix erschwert bzw. verhindert dies.

Somit gibt also die Berechnung der Kondition der geschätzten Kanalmatrix schon einen wichtigen Hinweis bezüglich der Raummultiplextauglichkeit des aktuellen MIMO-

Kanals. Die allgemeine Definition der Kondition einer Matrix basiert auf den Singulärwerten, welche im nächsten Kapitel anschaulich erläutert werden.

Die Kondition bzw. die **Konditionszahl** $\kappa(\mathbf{H})$ (engl. *condition number, CN*) der Matrix \mathbf{H} berechnet sich bei vorliegenden Singulärwerten wie folgt:

$$\kappa(\mathbf{H}) = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \geq 1$$

Dabei bezeichnet σ_{max} den größten, σ_{min} den kleinsten Singulärwert der Matrix \mathbf{H} .

Der Rang einer Matrix ist die Anzahl ihrer von Null verschiedenen Singulärwerte. Der Rang der Kanalmatrix ist somit ein Hinweis wie viele Datenströme überhaupt auf den MIMO Kanal „über den Raum“ gemultiplext werden können.

Rang und Kondition einer Kanalmatrix existieren im Übrigen für jede beliebige Dimension der Matrix und damit für jede beliebige MIMO Konstellation! Das heißt nicht nur 2 x 2 MIMO Kanalzustände lassen sich mit diesen Parametern charakterisieren, sondern auch 4 x 2, 4 x 4 oder gar 8 x 8 MIMO Konstellationen!

Was Rang und Kondition der Kanalmatrix nun über die Raummultiplexeignung des Kanals aussagen wird im folgenden Kapitel anhand der Singulärwertzerlegung einer Matrix erläutert.

3.3 Die Singulärwertzerlegung einer Kanalmatrix

Zur Singulärwertzerlegung der Kanalmatrix wird \mathbf{H} wie folgt formuliert^[1]:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{V}^H$$

Die Spalten der Matrix \mathbf{U} und \mathbf{V} sind gegeben durch die Eigenvektoren von $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ bzw. $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$, also allein aus der Kanalmatrix berechenbar (\mathbf{H}^H steht für die hermitesche Matrix von \mathbf{H} , d.h. der transponierten und konjugiert komplexen Matrix von \mathbf{H}). Die Matrix $\mathbf{\Sigma}$ enthält nur die Singulärwerte σ_i der Kanalmatrix \mathbf{H} auf der Hauptdiagonalen und ist ansonsten $\mathbf{0}$, d.h. es gilt für den Fall einer 2 x 2 Kanalmatrix \mathbf{H} :

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma_1 \end{pmatrix}$$

Die Singulärwertzerlegung (engl. *singularity value decomposition, SVD*) der Kanalmatrix kann mit der Entflechtung des MIMO Kanals gemäß *Abbildung 2* in zwei von jeglichem Übersprechen befreite Übertragungswege mit den Übertragungsfaktoren σ_0 und σ_1 interpretiert werden, also quasi in zwei virtuelle, parallele SISO Kanäle. Jeder dieser virtuellen SISO Kanäle trägt gemäß dem Shannon-Hartley Theorem zur Gesamtkapazität des MIMO Kanals bei, solange der Übertragungsfaktor σ_i betragsmäßig hinreichend groß ist, d.h. ausreichend Leistung übertragen wird.

Mit einer solchen Singulärwertzerlegung der Kanalmatrix kann die Signalübertragung über den MIMO Kanal neu modelliert werden: Der Sendesignalvektor \mathbf{s} wird zunächst per Matrix \mathbf{U} in den durch $\mathbf{\Sigma}$ aufgespannten orthogonalen Raum transformiert. Dort kommt es dann zur Übertragung der transformierten Signalvektorkomponenten durch

die Singulärwertmatrix Σ . Danach erfolgt wieder die Rücktransformation in den ursprünglichen Signalvektorraum durch die Matrix \mathbf{V} . Das Signalpfadübersprechen ist in diesem transformierten Modell also nicht „verschwunden“, sondern es steckt in den Transformationsmatrizen \mathbf{U} und \mathbf{V} .

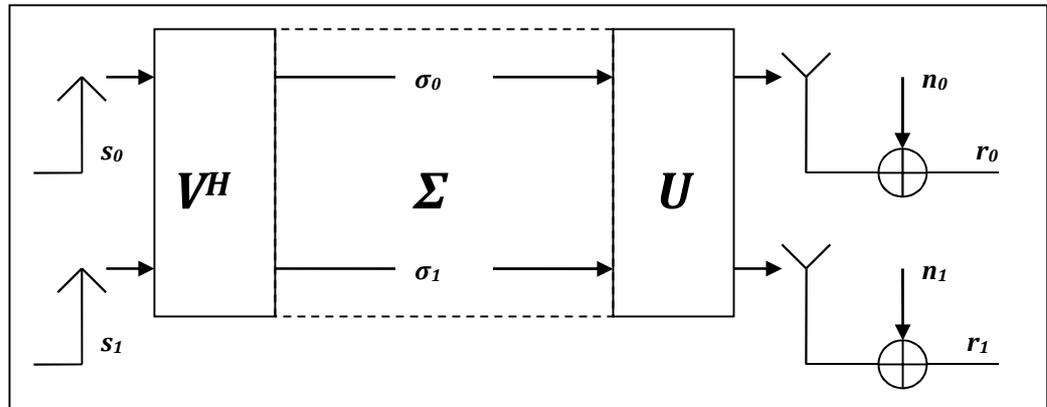


Abbildung 2: Singulärwertzerlegung eines 2 x 2 MIMO Übertragungskanals

Mit dieser Interpretation der Singulärwertzerlegung wird zum einen deutlich, dass man nicht mehr Datenströme multiplexen kann als die Kanalmatrix hinreichend große Singulärwerte hat – also ist der Rang der Kanalmatrix dafür der entscheidende Indikator. Andererseits wäre es offensichtlich optimal für die Raummultiplexübertragung, wenn die Beträge aller Singulärwerte (in unserem 2 x 2 Beispiel der beiden Singulärwerte σ_0 und σ_1) in etwa gleich groß wären. Ist einer der Beträge viel größer als der andere, so wird es sehr schwierig den „schwächeren“ Pfad noch brauchbar zu dekodieren. Das heißt das Betragsverhältnis der Singulärwerte ist wichtig. Damit sind wir wieder bei der Konditionszahl der Kanalmatrix. Je näher das Verhältnis aus größtem und kleinstem Singulärwert – also die Konditionszahl der Matrix – bei 1 liegt umso besser ist der MIMO Kanal für Raummultiplexverfahren geeignet. Je größer aber diese Konditionszahl der Kanalmatrix wird, umso weniger ist eine mehrlagige Übertragung sinnvoll. Bleibt der Vollständigkeit halber zu erwähnen dass diese Singulärwertzerlegung und damit die Bestimmung von Rang und Kondition der MIMO Kanalmatrix auch für Mehrantennenkonstellationen höherer Ordnung – wenn auch mit schnell steigendem Rechenaufwand – möglich ist.

3.4 Korrelationsmatrix und Eigenwerte

Unter der – bei flat Fading Bedingungen durchaus zulässigen – Annahme einer zeitlichen Konstanz des Funkkanals zumindest über die Dauer einer Schätzperiode und rein additiven, normalverteilten Störungen entsprechen die Singulärwerte σ_i einer Matrix \mathbf{H} der Quadratwurzel der Eigenwerte λ_i der zugehörigen Korrelationsmatrix $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$, d.h. es gilt $\sigma_i^2 = \lambda_i$ [10]. Damit können Rang und die Kondition der Kanalmatrix auch über die Eigenwertzerlegung bestimmt werden.

Üblicherweise wird die Konditionszahl (engl. CN) wie folgt logarithmisch dargestellt:

$$CN/dB = 20 \cdot \log_{10} \kappa(\mathbf{H}) = 20 \cdot \log_{10} \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} = 10 \cdot \log_{10} \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} \geq 0dB$$

3.5 Kanalkondition und Kanalkapazität

Nach dem Shannon Theorem bez. der Kanalkapazität sind Bandbreite und Signalrauschabstand die entscheidenden Faktoren. Wie *Abbildung 3* allerdings verdeutlicht, ist in einem MIMO Betrieb auch die Kondition der Kanalzustandsmatrix ein beeinflussender Faktor. Bei einer gewünschten, auf die Bandbreite normierten Kanalkapazität (sog. spektrale Effizienz, engl. *spectral efficiency*) von zum Beispiel 10 Bit/s/Hz ist bei einer Konditionszahl von 0 dB ein Signalrauschabstand von 15 dB notwendig. Dieser erhöht sich auf ca. 20 dB, wenn sich die Konditionszahl auf ca. 16 dB verschlechtert. Das bedeutet die Betrachtung des Signalrauschabstandes im MIMO Betrieb zur Bewertung der Kanalkapazität allein reicht nicht aus. Vielmehr muss auch die Kondition der MIMO Kanalzustandsmatrix berücksichtigt werden.

Abbildung 3 zeigt also besonders deutlich das kapazitätssteigernde Potenzial von MIMO. Bei guter Kondition der MIMO Kanalzustandsmatrix erzielt man auch bei kleinen Signalrauschabständen eine hohe spektrale Effizienz. Die theoretischen Grundlagen zu der Darstellung in *Abbildung 3* finden sich in [10].

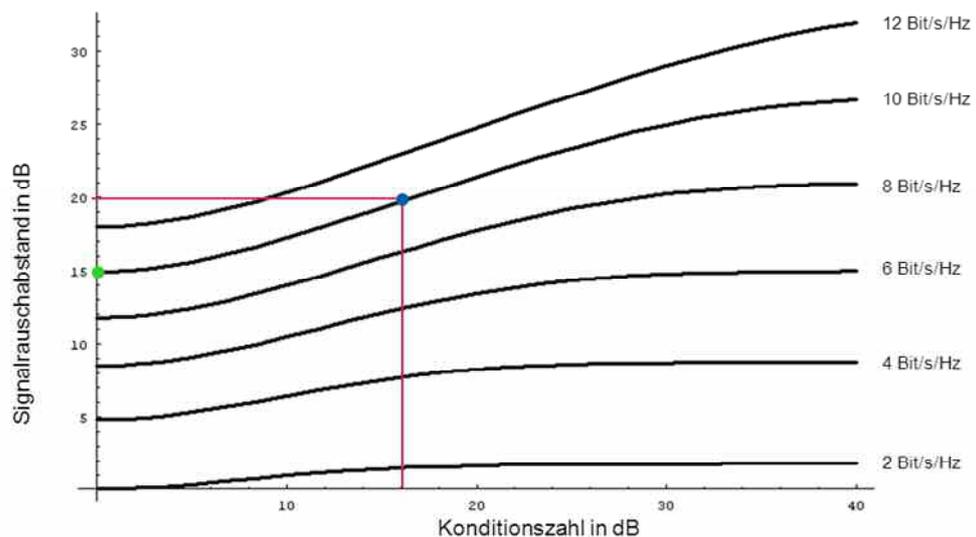


Abbildung 3: Signalrauschabstand und Konditionszahl

Wie man in *Abbildung 3* auch erkennen kann, verschwindet der „positive“ Einfluss der Konditionszahl zum Beispiel bei der spektralen Effizienz von 4 Bit/s/Hz bei ca. 20 dB, bei einer spektralen Effizienz von 2 Bit/s/Hz schon bei ca. 15 dB. Tatsächlich werden deshalb auch in der Praxis logarithmierte Konditionszahlen von 0 – 10 dB als sehr gut bewertet, jenseits der 20 dB wird der Kanal für MIMO als unbrauchbar betrachtet.

4 Simulierte Fallbeispiele

Nehmen wir als erstes Fallbeispiel den theoretischen Extremfall einer Kanalmatrix ohne jedes Übersprechen, also zwei parallele SISO Kanäle:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Das Gleichungssystem wird somit ganz einfach, es gilt:

$$\begin{aligned} r_0 &= s_0 + n_0 \\ r_1 &= s_1 + n_1 \end{aligned}$$

Die beiden Singulärwerte σ_{\max} und σ_{\min} dieser Matrix sind 1. Das heißt der Rang ist 2 und die Konditionszahl ist 1 (bzw. logarithmiert 0 dB), also wie erwartet der Idealzustand für Raummultiplexbetrieb. Dieser Zustand ist allerdings auf einem realen Mobilfunkkanal nicht existent und stellt nur den theoretischen „best case“ dar.

Als zweites Beispiel nehmen wir einen weiteren theoretischen, aber durchaus in der Realität möglichen Extremfall: eine phasengleiche, symmetrische Aufteilung der Signalleistung von je einer Sendeantenne auf beide Empfangsantennen, also wenn man so will das „worst case“ Übersprechen. Dieser Fall kommt näherungsweise vor wenn zwischen einer Basisstation und der Mobilstation eine völlig freie Sichtverbindung besteht (*engl. line of sight, LOS*). Für diesen Fall lautet \mathbf{H} wie folgt:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Die Betragsquadrate zweier Matrixkomponenten addieren sich immer zu 1, d.h. die Leistung einer Sendeantenne verteilt sich je zur Hälfte auf je eine Direkt- und eine Übersprechkomponente. Bei der Singulärwertzerlegung erhält man hier für σ_{\max} den Wert $\sqrt{2}$ und für $\sigma_{\min} = 0$. Also ist der Rang dieser Kanalmatrix 1, eine Kondition wg. der Division durch Null nicht bestimmbar bzw. geht sie gegen Unendlich. D.h. eine freie Sichtverbindung zwischen Sender und Empfänger ist nicht für eine Raummultiplexübertragung geeignet! Es ist einer Empfangsantenne schlichtweg unmöglich die beiden Sendesignale zu trennen. Heißt das MIMO ist z.B. entlang einer Autobahn sinnlos?

Dazu nehmen wir als drittes Beispiel die gleiche Situation einer symmetrischen Aufteilung der Signalenergie auf die Empfangsantennen, allerdings seien die Übersprechsignale um 90° phasenverschoben, zum Beispiel wg. eines entsprechend längeren Übertragungsweges. Die Kanalmatrix würde dann wie folgt aussehen:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & j \cdot 1/\sqrt{2} \\ j \cdot 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Durch diese Orthogonalität der Direktkomponenten und der Übersprechkomponenten kann der Empfänger nun die beiden Sendesignale sehr gut trennen. Dies zeigt sich auch wieder bei den Singulärwerten σ_{\max} und σ_{\min} dieser Kanalmatrix. Diese sind wie im ersten Rechenbeispiel beide 1 und somit auch die Konditionszahl, d.h. der Kanal wäre ideal für den Raummultiplex.

Diese Orthogonalität der „Übersprechpfade“ kann man im Übrigen relativ einfach durch kreuzpolarisierte Antennen erzwingen, womit auch bei idealer Sichtverbindung zwischen Basis- und Mobilstation ein Räummultiplexverfahren gewinnbringend eingesetzt werden kann. Diese Kreuzpolarisation ist eine sehr weitverbreitete Methode bei kommerziellen Mobilfunknetzinstallationen, und wie man hier sieht auch für einen erfolgreichen MIMO Betrieb praktisch unabdingbar!

Abbildung 4 zeigt Labormessergebnisse für die Konditionszahl (engl. *condition number*) mit der R&S Versorgungsmesstechnik. Die Messungen zeigen ein 10 MHz LTE Signal, bei dem die Konditionszahl pro Resourceblock (das entspricht 180 kHz) ermittelt und entsprechend grafisch dargestellt wurde (rote Linie). Im Bild links oben sieht man den angesprochenen *worst case* des maximalen, phasensynchronen Übersprechens mit entsprechend schlechter Kondition jenseits der 40 dB. Das Bild rechts oben zeigt die praktisch perfekte Konditionszahl von 0 dB über die gesamte Signalbandbreite bei orthogonalem Übersprechen (z.B. durch kreuzpolarisierte Antennen und freier Sichtverbindung). In beiden Fällen war der Signalrauschabstand größer als 20 dB. Bei der dritten dargestellten Messung unten links wurde der Signalrauschabstand auf 10 dB reduziert. Die gemessene Kanalkondition bleibt aber immer noch im akzeptablen Bereich unter 10 dB.

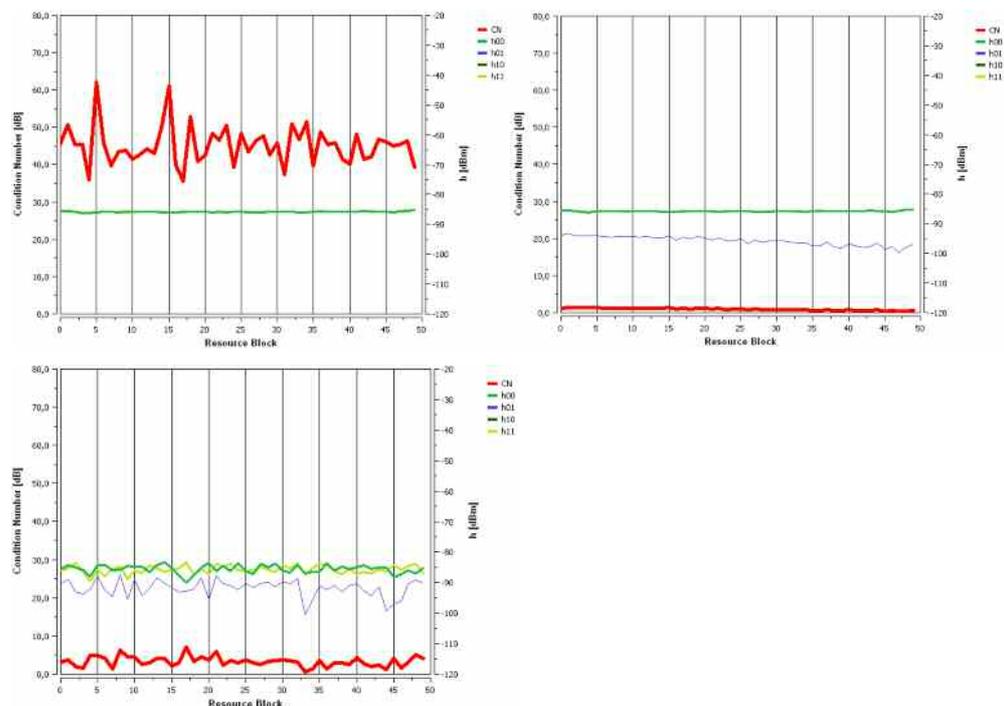


Abbildung 4: Messergebnisse für die Konditionszahl

Zum Ende noch ein eher realistisches Beispiel mit dominierenden Direktkomponenten h_{ij} aber nicht vernachlässigbarem Übersprechen h_{ij} . Sei H gegeben mit

$$H = \begin{pmatrix} 0.9 + 0.1j & 0.2 - 0.3j \\ -0.3 + 0.5j & -0.7 - 0.1j \end{pmatrix}$$

Bei diesem Beispiel ergibt sich für σ_{max} der momentane Wert 1.1457 und für σ_{min} der Wert 0.6906. Grundsätzlich liegt hier der Rang 2 vor, und mit der Konditionszahl $\kappa(H) = 1.6583$, oder logarithmisch 4.4 dB auch tatsächlich eine Eignung zum Räummultiplexer.

5 Feldmessungen im realen LTE Netz

Mit der R&S®ROMES Versorgungsanalysesoftware und einem R&S®TSMW Zweikanal-Breitbandscanner kann der downlink 2 x 2 MIMO Kanalzustand im laufenden LTE Mobilfunknetzbetrieb vermessen und geographisch zugeordnet werden (mehr dazu unter www.drivetest.rohde-schwarz.com).

Abbildung 5 zeigt den Einfluss der Antennengeometrie. Im linken Bild wurde mit zwei parallelen Dipolantennen gemessen, im rechten Bild mit einer kreuzpolarisierten Empfangsantenne. Der Unterschied ist signifikant: Ohne Polarisierung ist die Kanalkondition praktisch MIMO untauglich, im Gegensatz zur Messung mit einer kreuzpolarisierten Empfangsantenne. Damit zeigen auch praktische Messungen: kreuzpolarisierte Antennengeometrien an den Basisstationen und in den Mobilstationen sind ein wesentlicher Erfolgsfaktor für einen gewinnbringenden MIMO Betrieb.

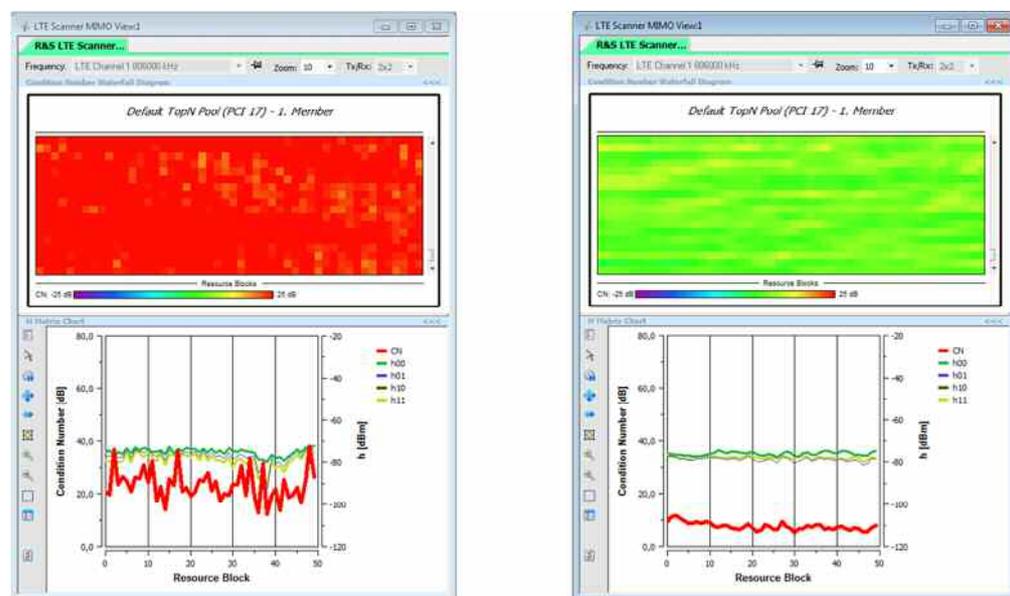


Abbildung 5: Feldmessung mit verschiedenen Antennengeometrien

Abbildung 6 zeigt den Vergleich zweier Messungen bei direkter Sichtverbindung (*engl. line of sight, LOS*) zu einer LTE Basisstation und bei fehlender bzw. indirekter Sichtverbindung (*engl. non line of sight, NLOS*) zur gleichen Station. Im LOS Betrieb (linkes Bild) messen wir aufgrund der kreuzpolarisierten Send- und Empfangsantennen eine gute, und insbesondere frequenzunabhängige MIMO Kanalkondition. Im NLOS Betrieb (Fahrt durch ein Waldgebiet, rechtes Bild) wird die MIMO Kanalkondition keinesfalls generell schlechter, aber aufgrund der Mehrwegeausbreitung frequenzselektiv.

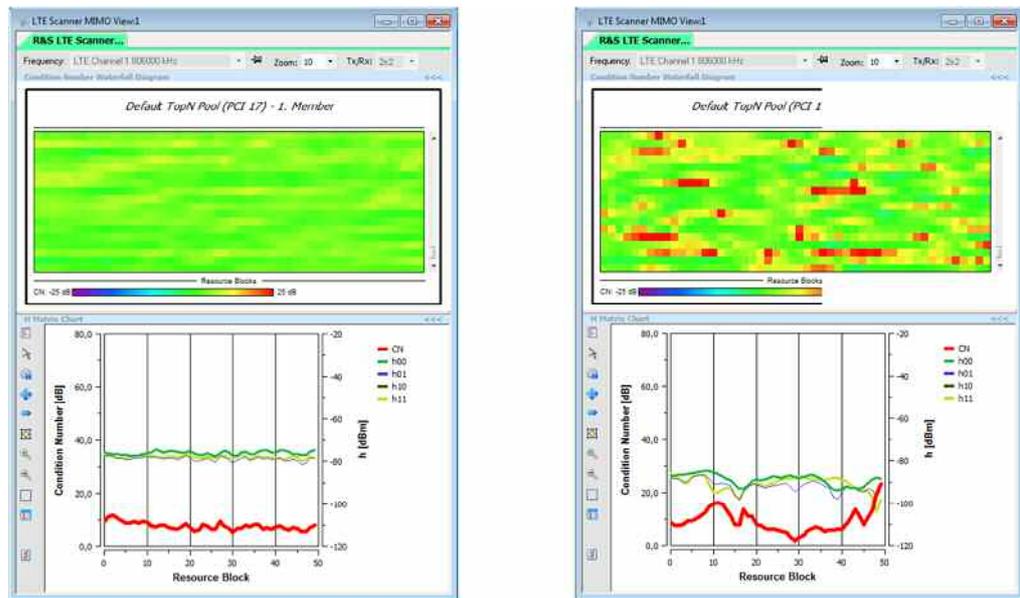


Abbildung 6: Feldmessung bei direkter und indirekter Sichtverbindung

6 Zusammenfassung

Der Rang (*engl. rank*) und die Kondition (*engl. condition number*) der Kanalmatrix sind wichtig für die Bewertung der Raummultiplexfähigkeit (*engl. spatial multiplexing capability*) eines vorliegenden MIMO Kanals. Beide Indikatoren werden von den Singulärwerten (*engl. singular value*) der Kanalmatrix abgeleitet, welche durch eine Singulärwertzerlegung (*engl. singular value decomposition, SVD*) der Kanalmatrix gewonnen werden. Der Rang einer Matrix ist die Anzahl aller nicht verschwindenden Singulärwerte, die Kondition der Matrix ist das Betragsverhältnis von größtem zu kleinstem Singulärwert. Ist der Rang der Kanalmatrix mindestens 2, so ist der MIMO Kanal grundsätzlich raummultiplexfähig. Die Qualität der Raummultiplexfähigkeit wird dann noch durch die Konditionszahl der Kanalmatrix quantifiziert. In der Praxis gilt eine Kanalmatrix mit einer logarithmierten Konditionszahl $20\log(\kappa(H)) < 10$ dB als geeigneter Raummultiplex.

Die genannten Parameter zur Bewertung einer Matrix und damit eines MIMO Kanals wurden am einfachsten Beispiel einer 2-fachen Raummultiplexübertragung auf einem dafür notwendigen 2 x 2 MIMO Kanal erläutert und diskutiert. Rang und Kondition einer Matrix sind aber für alle möglichen Matrixdimensionen definiert und damit auch verwendbar für komplexere MIMO Systeme. So spezifiziert die nächste Generation von Mobilfunkstandards wie zum Beispiel LTE-A bis zu 8-fachen Raummultiplexbetrieb [9], also eine Übertragung von 8 parallelen Datenströmen über 8 Sende- und 8 Empfangsantennen! Auch für eine dabei entstehende 8 x 8 Kanalzustandsmatrix mit 64 komplexwertigen Matrizelementen liefern Rang und Kondition die entscheidenden Hinweise bez. der MIMO Eigenschaften. Gleiches gilt im Übrigen auch bei nicht-quadratischen Kanalmatrizen. So zum Beispiel bei einer 4 x 2 Übertragung, bei der ein 2-facher Raummultiplexbetrieb mit einer performance-steigernden Sendediversität kombiniert werden. Auch solche Konstellationen sind in modernen Mobilfunk- bzw. Breitbandfunkstandards spezifiziert und werden schon implementiert.

7 Referenzen

- [1] Kammeyer, „Nachrichtenübertragung“, 3. Auflage, Teubner Verlag
- [2] Rohde & Schwarz: „Introduction to MIMO“, Application Note 1MA142, 2009
- [3] Rohde & Schwarz: „LTE beamforming measurements“, Application Note 1MA187, 2011
- [4] Dahlman, Parkvall, Sköld, Beming, „3 G Evolution HSPA and LTE for Mobile Broadband“, Second edition, Academic Press, 2008
- [5] Fazel, Kaiser: „Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems“, Wiley, 2003
- [6] Bahai, Saltzberg, Ergen: „Multi-Carrier Digital Communications Theory and Applications of OFDM“, Second edition, Springer, 2004
- [7] Krüger, Mellein: „UMTS Introduction and Measurement“, Rohde & Schwarz, 2004
- [8] Geßner: „Long Term Evolution – A concise introduction to LTE and its measurements“, Rohde & Schwarz, 2011
- [9] Rohde & Schwarz: „LTE-Advanced Technology Introduction“, Application Note 1MA169, 2010
- [10] Foschini, Gans: „On Limits of Wireless Communications in a Fading Environment when Using Multiple Antennas“, Wireless Personal Communications 6, 311-335, 1998

About Rohde & Schwarz

Rohde & Schwarz is an independent group of companies specializing in electronics. It is a leading supplier of solutions in the fields of test and measurement, broadcasting, radiomonitoring and radiolocation, as well as secure communications. Established more than 75 years ago, Rohde & Schwarz has a global presence and a dedicated service network in over 70 countries. Company headquarters are in Munich, Germany.

Environmental commitment

- Energy-efficient products
- Continuous improvement in environmental sustainability
- ISO 14001-certified environmental management system



Regional contact

Europe, Africa, Middle East

+49 89 4129 12345

customersupport@rohde-schwarz.com

North America

1-888-TEST-RSA (1-888-837-8772)

customer.support@rsa.rohde-schwarz.com

Latin America

+1-410-910-7988

customersupport.la@rohde-schwarz.com

Asia/Pacific

+65 65 13 04 88

customersupport.asia@rohde-schwarz.com

This application note and the supplied programs may only be used subject to the conditions of use set forth in the download area of the Rohde & Schwarz website.

R&S® is a registered trademark of Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG; Trade names are trademarks of the owners.

Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG

Mühlhofstraße 15 | D - 81671 München

Phone + 49 89 4129 - 0 | Fax + 49 89 4129 - 13777

www.rohde-schwarz.com